

II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ

- 1 5 9 13 17 21 25 29 3 **Определение производной функции**
Физический смысл производной (мгновенная скорость)
Геометрический смысл производной (угловой коэффициент касательной, касательная — предельное положение секущей)

Линейная функция и аффинная функция, вид линейной функции в \mathbb{R}

- 2 6 10 14 18 22 26 30 4 **Определение дифференциала**
Задача наилучшего линейного приближения. Геометрическая интерпретация дифференциала
Дифференциал — главная линейная часть приращения
1 14 27 10 23 **Теорема 1 (о связи производной с дифференциалом)**
Док-во
Что такое dx ?
Символика $df = f'(x_0)dx$
Дифференцируемая функция непрерывна
2 15 28 11 24 **Теорема 2 (о дифференцировании и алгебраических операциях)**
Док-во (для произведения)
1 7 13 19 25 ***Теорема 3 (о производной композиции)**
Док-во
2 8 14 20 26 ***Теорема 4 (о производной обратной функции)**
Пок-во
Док-во

- 3 16 29 12 25 **Теорема 5 (о производных элементарных функций)**

Док-во

2. ПРИРАЩЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

- 3 7 11 15 19 23 27 **Определение локального экстремума**
Определение внутренней точки промежутка
4 17 30 13 26 **Теорема 6 (теорема Ферма о необходимых условиях экстремума)**
Док-во
5 18 1 14 27 **Теорема 7 (теорема Ролля)**
Док-во
Геометрическая интерпретация, примеры
6 19 2 15 **Теорема 8 (теорема Лагранжа о конечном приращении)**
Док-во
Об оценке приращения функции
7 20 3 16 **Теорема 9 (теорема Коши о конечном приращении)**
Док-во
3. ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА
4 8 12 16 20 24 28 **Определение старших производных**

- 3 9 15 21 27 ***Теорема 10 (формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа)**

Док-во

- 8 21 4 17 **Теорема 11 (формула Тейлора с остатком в форме Пеано)**

Док-во

Замечание о различных формах остаточного члена

Формула Тейлора и ряд Тейлора

- 9 22 5 18 **Теорема 12 (формула Тейлора для основных элементарных функций)**

Док-во

- 30 29 28 **Пример (конечно-разностные приближения производных)**
Пример (приближение $\sin x$ полиномом $x - x^3/6 + x^5/120$)
wolframalpha.com Plot[{Sin[x], x-x³/6+x⁵/120}, {x,-5,5}]
wolframalpha.com Series[Log[Cos[x]], {x,0,2}]
4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ МЕТОДАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ
- 4 10 16 22 28 ***Теорема 13 (достаточное условие локального экстремума)**
Док-во
- 10 23 6 19 **Теорема 14 (о монотонности)**
Док-во
- 5 9 13 17 21 25 29 **Определение выпуклой функции**

- Геометрическая интерпретация выпуклости*
- 5 11 17 23 29 ***Теорема 15 (критерий выпуклости)**
Док-во
- 6 10 14 18 22 26 30 **Определение асимптоты**
О нахождении асимптот
Теорема 16 (правила Бернулли — Лопиталья)
Без доказательства
5. ПЕРВООБРАЗНАЯ
- 7 11 15 19 23 27 1 **Определение первообразной и обобщенной первообразной**
Пример с обобщенной первообразной ($F(x) = |x|$)
- 11 24 7 20 **Теорема 17 (о множестве первообразных)**

- Доказательство**
Почему первообразную рассматривают на промежутке?
- 12 25 8 21 **Теорема 18 (интегрирование по частям для первообразной)**
Доказательство
Пример на интегрирование по частям ($\int \ln x dx$)
- 13 26 9 22 **Теорема 19 (замена и подстановка для первообразной)**
Доказательство
Пример на замену ($\int \frac{\ln x}{x} dx$)
- 8 12 16 20 24 28 2 **Функции $\operatorname{ch} x$ и $\operatorname{sh} x$ и их основные свойства**
Пример на подстановку ($\int \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}}$)
- 6 12 18 24 30 ***Теорема 20 (о первообразной рациональной функции)**
Доказательство

6. ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ
- О задачах оптимизации*
- Пример (закон преломления)**
Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными
Пример (охлаждение тел)

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами