

VII. Анализ на многообразиях в \mathbb{R}^n **1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОГООБРАЗИЯ В \mathbb{R}^n** 1 6 11 16 21 26 **Определение элементарного гладкого k -мерного многообразия в \mathbb{R}^n** **Элементарная гладкая кривая***Зачем условие взаимной однозначности**Зачем условие непрерывности обратного отображения**Зачем условие максимального ранга***Задание кривой как графика функции****Элементарная гладкая поверхность****Задание поверхности как графика функции***Замечание о невозможности покрыть одной параметризацией (окружность)*2 7 12 17 22 27 **Определение гладкого k -мерного многообразия (с краем и без) в \mathbb{R}^n** 1 11 21 **Теорема 1 (о крае многообразия)**1 11 21 **Доказательство**

Лекция 11 – 20.03.2014

*Край и граница*2 12 22 **Теорема 2 (о задании многообразия системой уравнений)**2 12 22 **Док-во (Случай $n = 3, m = 1, 2$)***Замечание о нескольких параметризациях*3 8 13 18 23 28 **Теорема 3 (об эквивалентности параметризаций)***Пояснение (вместо доказательства)*4 9 14 19 24 29 **Определение касательного вектора и касательного пространства к многообразию**5 10 15 20 25 30 **Теорема 4 (о касательном пространстве)**3 13 23 **Теорема 5 (о касательном пространстве неявно заданного многообразия)**

Лекция 12 – 24.03.2014

3 13 23 **Доказательство****Пример. Касательное пространство и касательная плоскость к эллипсоиду****2. УСЛОВНЫЙ ЭКСТРЕМУМ***Постановка задачи нахождения условного экстремума***Определение (локального) условного экстремума**4 14 24 28 **Теорема 6 (о необходимых условиях условного экстремума / принцип множителей Лагранжа)**4 14 24 28 **Док-во***Пример $f(x, y) = x^2 + y^2, F(x, y) = y - 1 = 0$* 1 6 11 16 21 26 **Теорема 7 (о достаточных условиях условного экстремума)**

Лекция 13 – 27.03.2014

3. ИНТЕГРАЛ ПО МНОГООБРАЗИЮ2 7 12 17 22 27 **Определение интеграла по k -мерному многообразию (с добавлением)****Объяснения к определению интеграла по многообразию***Случай $k = n$* *Случай $k < n$* 5 15 25 **Интеграл вдоль кривой и элемент длины**5 15 25 **Элемент длины в полярных координатах**6 16 26 29 **Интеграл по поверхности и элемент площади**6 16 26 29 **Элемент площади на сфере в декартовых и сферических координатах**7 17 27 9 **Теорема 8 (о независимости интеграла от параметризации)**

- 7 17 27 9 Док-во
Определение интеграла по k -мерному многообразию (добавление)
Замечание о множествах меры ноль на многообразиях
4. ОРИЕНТАЦИЯ
Определение работы поля вдоль кривой
Определение потока поля через поверхность
Краткий курс по ориентации
- 3 8 13 18 23 28 Определение ориентации векторного пространства
3 8 13 18 23 28 Определение ориентации на многообразии
Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Лист Мебиуса
- 4 9 14 19 24 29 Согласованные параметризации

- Пример согласованы ли параметризации сферы через x, y и θ, φ ?
- 5 10 15 20 25 30 Определение внешней нормали к краю многообразия
5 10 15 20 25 30 Определение индуцированной ориентации края
Естественная и индуцированная ориентации $\partial\mathbb{H}^k$
Индуцированная ориентация на сфере как на крае шара
- 1 6 11 16 21 26 Определение внешней нормали к $(n - 1)$ -мерному многообразию
1 6 11 16 21 26 Ориентация $(n - 1)$ -мерного многообразия при помощи указания внешней нормали

- 10 20 30 8 Касательный вектор и нормаль к ориентированной кривой
10 20 30 8 Вычисление работы поля вдоль кривой
1 11 21 Выражение внешней нормали через параметризацию
1 11 21 Геометрический смысл объектов, связанных с нормалью $N(x)$
1 11 21 Вычисление потока через поверхность
5. КЛАССИЧЕСКИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ
Определение носителя функции
2 12 22 19 Теорема 9 (многомерный аналог формулы Ньютона — Лейбница)

- 2 12 22 19 Док-во
3 13 23 Теорема 10 (формула Гаусса — Остроградского)
3 13 23 Док-во
4 14 24 18 Теорема 11 (формула Грина)
4 14 24 18 Док-во
2 7 12 17 22 27 Теорема 12 (формула Стокса)
Док-во

6. ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА
3 8 13 18 23 28 Определение градиента, ротора, дивергенции, лапласиана
3 8 13 18 23 28 Определение оператора Гамильтона (набла)
Интегральные формулы в терминах векторных операций
5 15 25 Физический смысл дивергенции
6 16 26 Физический смысл ротора
4 9 14 19 24 29 Определение потенциального векторного поля
7 17 27 Теорема 13 (о потенциальных полях)
7 17 27 Док-во
5 10 15 20 25 30 Определение соленоидального и бездивергентного векторного поля

- 8 18 28 Теорема 14 (о соленоидальных полях)
- 8 18 28 Док-во
- 9 19 29 Электростатическое поле точечного заряда
- 10 20 30 Магнитное поле бесконечного проводника с током