

## II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОИЗВОДНОЙ

#### 1 5 9 13 17 21 25 29 3 **Определение производной функции**

*Замечание. Дифференцируемая функция непрерывна*

**Физический смысл производной (мгновенная скорость)**

**Геометрический смысл производной (угловой коэффициент касательной, касательная — предельное положение секущей)**

#### 2 6 10 14 18 22 26 30 4 **Определение дифференциала**

*Замечание о линейных и аффинных функциях*

*Дифференциал — главная линейная часть приращения*

*Замечание об уравнении касательной и дифференциале*

#### 1 14 27 10 23 **Теорема 1 (о связи производной с дифференциалом)**

**Док-во**

*Замечание о форме записи дифференциала*

*Пример нахождения дифференциала*

#### 2 15 28 11 24 **Теорема 2 (о дифференцировании и алгебраических операциях)**

**Док-во (для произведения)**

#### 1 7 13 19 25 **Теорема 3 (о производной композиции)**

**Док-во**

#### 2 8 14 20 26 **Теорема 4 (о производной обратной функции)**

**Док-во**

#### 3 16 29 12 25 **Теорема 5 (о производных элементарных функций)**

**Док-во**

### 2. ПРИРАЩЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

#### 3 7 11 15 19 23 27 **Определение локального экстремума**

**Определение внутренней точки**

#### 4 17 30 13 26 **Теорема 6 (теорема Ферма о необходимых условиях экстремума)**

**Док-во**

#### 5 18 1 14 27 **Теорема 7 (теорема Ролля)**

**Док-во**

*Геометрическая интерпретация, примеры*

#### 6 19 2 15 **Теорема 8 (теорема Лагранжа о конечном приращении)**

**Док-во**

*Следствие об оценке приращения функции*

#### 7 20 3 16 **Теорема 9 (теорема Коши о конечном приращении)**

**Док-во**

*Геометрическая интерпретация*

### 3. ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА

#### 4 8 12 16 20 24 28 **Определение старших производных**

#### 3 9 15 21 **Теорема 10 (формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа)**

**Док-во**

#### 8 21 4 17 **Теорема 11 (формула Тейлора с остатком в форме Пеано)**

**Док-во**

*Замечание о различных формах остаточного члена*

*Замечание о формуле Тейлора и ряде Тейлора*

- 30 29 28 **Пример (конечно-разностные приближения производных)**  
9 22 5 18 **Теорема 12 (формула Тейлора для основных элементарных функций)**  
Док-во  
Пример (приближение  $\sin x$  полиномом  $x - x^3/6 + x^5/120$ )  
`wolframalpha.com Plot[{Sin[x], x-x3/6+x5/120}, {x,-5,5}]`  
`wolframalpha.com Series[Log[Cos[x]], {x,0,2}]`
4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ МЕТОДАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ  
4 10 16 22 28 **Теорема 13 (достаточное условие локального экстремума)**  
Док-во  
23 6 19 **Теорема 14 (критерий монотонности)**  
Док-во  
5 9 13 17 21 25 29 **Определение выпуклой функции**

- Геометрическая интерпретация выпуклости*  
5 11 17 23 29 **Теорема 15 (критерий выпуклости)**  
Док-во  
*Пример. Получение неравенств их соображений выпуклости*
- 6 10 14 18 22 26 30 **Определение асимптот**  
*Замечание о нахождении асимптот*  
**Теорема 16 (правила Бернулли — Лопиталья)**  
Без доказательства
5. ПЕРВООБРАЗНАЯ  
7 11 15 19 23 27 1 **Определение первообразной и обобщенной первообразной**  
*Замечание об интеграле и первообразной*  
*Пример с обобщенной первообразной ( $F(x) = |x|$ )*  
11 24 7 20 **Теорема 17 (о множестве первообразных)**

- Доказательство**  
*Замечание об обозначении первообразной*  
**Теорема 18 (о линейности первообразной)**  
12 25 8 21 **Теорема 19 (интегрирование по частям для первообразной)**  
**Доказательство**  
*Пример на интегрирование по частям ( $\int \ln x dx$ )*  
13 26 22 **Теорема 20 (замена и подстановка для первообразной)**  
**Доказательство**  
*Пример на замену ( $\int \frac{\ln x}{x} dx$ )*
- 8 12 16 20 24 28 2 **Функции  $\operatorname{ch} x$  и  $\operatorname{sh} x$  и их основные свойства**  
*Пример на подстановку ( $\int \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}}$ )*  
**Определение рациональной функции**  
12 18 24 30 **Теорема 21 (о первообразной рациональной функции)**  
**Доказательство**

6. ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ  
*О задачах оптимизации*  
9 **Пример (закон преломления)**  
6 **Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными**  
6 **Пример (охлаждение тел)**

- 27 **Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами**  
10 **Пример (масса на пружине с амортизатором)**