
Глава V. Дифференциальное исчисление функций многих переменных (продолжение)

6. ТЕОРЕМА ОБ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

Замечание разрешимости системы линейных уравнений $Ax = y$, $m = n$, $m > n$, $m < n$.

Теорема 11 (об обратной функции)

Без доказательства

Замечание. О нахождении частных производных

Замечание. О глобальной обратимости и $|\partial f/\partial x| \neq 0$

Пример. Полярные координаты. Матрица Якоби прямого и обратного отображения.

Замечание о разрешимости системы линейных уравнений $Ax = y$ в случае $m < n$.

Теорема 12 (о неявной функции)

Без доказательства

Замечание о локализации

Нахождение производной неявной функции

Примеры нахождения производной неявной функции в размерностях 2, 3

Пример. $pV/T - \nu R = 0$

Пример. Двойной математический маятник

7. ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ

Определение диффеоморфизма

Полярная система координат

Цилиндрическая система координат

Сферическая система координат (физическая)

Сферическая система координат (географическая)

Связь между производными в старой и новой системах координат

Запись оператора Лапласа в полярных координатах. Сферически симметричные решения уравнения Пуассона

VI. МЕРА И ИНТЕГРАЛ ЛЕБЕГА

1. ИНТЕГРАЛ РИМАНА

Геометрическая интерпретация многомерного интеграла (объем подграфика)

Определение многомерного интеграла Римана на двумерном промежутке

Определение многомерного интеграла Римана по множеству

Пример. $(\mathbb{Q} \cap [0, 1])^2$ неизмеримо по Жордану

Определение сумм Дарбу

Теорема 1 (критерий Дарбу)

Замечание.

Определение меры Жордана

Свойства меры Жордана и интеграла Римана (аддитивность, монотонность, интегрируемость непрерывных функций)

О развитии понятия интеграла

2. МЕРА ЛЕБЕГА

Суммирование мелочи по Лебегу

Соображения о монотонности

Определение элементарного множества и его стандартной меры

Определение кольца, алгебры, σ -алгебры

Примеры. Элементарные множества, промежутки
Определение меры
Мера на R счетно аддитивна
Определение внешней меры Лебега
Свойства внешней меры
(определена и конечна, субаддитивность)
Определение измеримого множества в n -мерном промежутке
Свойства измеримых множеств
Определение меры Лебега в \mathbb{R}^n
Измеримость $(\mathbb{Q} \cap [0, 1])^2$ по Лебегу
Множества меры ноль
Пример. Мера отрезков и поверхностей в \mathbb{R}^3
Определение «почти всюду»
Определение измеримой функции
Свойства измеримых функций
Определение простой функции

Определение интеграла от простой функции
Определение интеграла Лебега
Теорема 2 (о связи интегралов Римана и Лебега)
Свойства интеграла Лебега
3. **ВЫЧИСЛЕНИЕ МНОГОМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ**
Определение кратного и повторного интегралов
Теорема 3 (Фубини)
Теорема 4 (Тонелли)
Пример. $\int \cos(\xi x) d\xi$
Напоминание о формуле замены переменной в одномерном случае
Теорема 5 (формула замены переменной)

Геометрический смысл якобиана
Элементы площади и объема в декартовых координатах
Элемент площади в полярных координатах
Элемент объема в сферических координатах
Теорема 6 (об интегрировании степенных особенностей)
Доказательство
Пример. Из контрольной по физике

4. **ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА**
Определение интеграла, зависящего от параметра
Теорема 7 (теорема Лебега)
Теорема 8 (о дифференцировании ИЗОПа)
Гладкость гамма-функции
Пример разрывного ИЗОП
Потенциал простого слоя на плоскости

Непрерывность потенциала простого слоя вне поверхности

Непрерывность потенциала простого слоя на поверхности

Дифференцируемость потенциала простого слоя вне поверхности

Дифференцируемость потенциала простого слоя на поверхности

Вычисление интеграла Дирихле дифференцированием по параметру

Теорема 9 (формула дифференцирования ИЗОПа)

Доказательство

Оператор интегрирования и его степени. Дробное интегрирование и уравнение

Абеля