

Обновлено 1 июня 2015 г.

7. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ФОРМЫ

Замечание (о работе, потоке и дифференциальных формах)

Определение внешней дифференциальной формы

Базис в пространстве 1-форм

Замечание (о 2-формах и внешнем произведении)

Определение (внешнего произведения 1-форм)

Теорема 15 (о базисе в пространстве форм)

Док-во

Соответствие между полями и формами в \mathbb{R}^3

Соответствие между произведением форм и векторным произведением

Определение операций Φ_* и Φ^*

Определение интеграла от формы по многообразию

Интеграл от формы работы

Интеграл от формы потока

Определение дифференциала формы

Связь дифференциала формы с векторными операциями

Теорема 16 (обобщенная формула Стокса)

Формула Грина как следствие ОФС

Формула Стокса как следствие ОФС

Формула Гаусса — Остроградского как следствие ОФС

Теорема 17 (лемма Пуанкаре)

Доказательство (первого утверждения)

Лемма Пуанкаре в частных случаях

8. ВЕКТОРНЫЕ ОПЕРАЦИИ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ

Обозначения

Связь между векторами старого и нового базиса

Связь между координатами векторов в старых и новых координатах

Связь между производными функции в старых и новых координатах

Скалярное произведение и метрический тензор

Ортогональные системы координат и коэффициенты Ламе

Коэффициенты Ламе классических систем координат

Запись $\text{grad } f$ в криволинейных координатах

Запись rot , div , Δ в ортогональных координатах

Оператор Лапласа в полярных координатах

Дивергенция в полярных координатах (через инвариантное определение)

Пример 1 (запись электрического поля точечного заряда в сферических координатах)

Пример 2 (запись магнитного поля проводника с током в полярных координатах)

9. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Определение комплексных чисел, умножения и комплексного модуля

Определение предела последовательности в \mathbb{C}

Определение предела комплексной функции

Замечание перед определением производной комплексной функции

Определение производной и аналитической функции

Замечание после определения

Теорема 18 (об условиях Коши — Римана)

Док-во необходимости

Определение операторов $\partial/\partial z$ и $\partial/\partial \bar{z}$

Определение интеграла от аналитической функции

Теорема 19 (об интеграле от аналитической функции)

Доказательство

Обновлено 1 июня 2015 г.

10. ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Определение гармонической функции

Пример гармонической функции

Теорема 20 (формула Грина)

Док-во. Шаг 1 (первая и вторая формулы Грина)

Шаг 2 (последняя формула Грина)

Определение фундаментального решения оператора Лапласа

Теорема 21 (о среднем для гармонических функций)

Док-во

Теорема 22 (принцип максимума для гармонических функций)

Док-во

Закон Кулона в интегральной форме

Теорема 23 (закон Гаусса)

Док-во

VIII. РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И РЯДОВ

1. РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Определение поточечной и равномерной сходимости функциональной последовательности

Примеры сходящихся последовательностей

Теорема 1 (о непрерывности предела функциональной последовательности)

Доказательство

Определение равномерной нормы

Замечания о пространстве непрерывных функций и равномерной норме

2. РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РЯДОВ

Определение поточечной и равномерной сходимости функционального ряда

Теорема 2 (о непрерывности суммы ряда)

Доказательство

Теорема 3 (о почленном дифференцировании ряда)

Теорема 4 (о почленном интегрировании ряда)

Теорема 5 (критерий Коши)

Теорема 6 (мажорантный признак Вейерштрасса)

Доказательство

Пример. Сходимость ряда $\sum x^n/n!$

3. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ

Определение степенного ряда

Определение верхнего предела

Теорема 7 (о сходимости степенного ряда)

Док-во

Пример 1.

Пример 2.

Теорема 8 (о почленном дифференцировании степенного ряда)

Док-во

Теорема 9 (об интегрировании степенного ряда)

Док-во

Пример. Интегральный синус

Функция Бесселя

Определение ряда Тейлора

Теорема 10 (о рядах Тейлора элементарных функций)

Доказательство

Формула Эйлера